

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
Белорусского государственного
университета

А.В.Блохин

« 03 » 09 2024 г.

ОТЗЫВ ОППОНИРУЮЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Белорусского государственного университета
на диссертацию КУРИЦЫНА Сергея Юрьевича
«ОБОБЩЕННЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ТИПА РИМАНА В КЛАССАХ
МЕТААНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ», представленную на соискание ученой
степени кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Соответствие содержания диссертации заявленной специальности и отрасли науки со ссылкой на область исследования паспорта специальности

В рассматриваемой диссертации объектом исследования являются две обобщенные (интегро-дифференциальные) краевые задачи типа задачи Римана в классах метааналитических функций комплексного переменного, а предметом исследования – изучение связей интегро-дифференциальных краевых задач типа задачи Римана для метааналитических функций с классическими задачами типа задачи Римана для аналитических функций комплексного переменного и определенными системами интегральных уравнений типа Фредгольма. В рамках указанного предметного поля в диссертации С.Ю.Курицына решается ряд важных проблем, связанных с разработкой конструктивных алгоритмов решения невырожденных интегро-дифференциальных краевых задач типа задачи Римана в классах метааналитических функций комплексного переменного и установлением картин их разрешимости.

Таким образом, тематика диссертации С.Ю.Курицына относится к такому важному разделу современного комплексного анализа, как теория линейных краевых задач для обобщенных аналитических функций комплексного переменного (область исследования «Теория функций одной и многих комплексных переменных»). Поэтому содержание диссертации полностью соответствует заявленной специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ и отрасли физико-математические науки.

Научный вклад соискателя в решение научной задачи с оценкой его значимости

Изучение проблем, связанных с разработкой эффективных методов решения линейных краевых задач в классах полианалитических и метааналитических функций комплексного переменного, началось во второй половине прошлого столетия в Казанском государственном университете под руководством профессора

Ф.Д.Гахова. В первую очередь, интерес к этим проблемам был связан с тем, что полианалитические и метааналитические функции оказались эффективным математическим инструментом при решении основных задач плоской теории упругости. Изучением названных проблем занимались такие математики, как А.В.Бицадзе, И.Н.Векуа, М.П.Ганин, Ф.Д.Гахов, В.И.Жегалов, Н.И.Мусхелишвили, К.М.Расулов, В.С.Рогожин. В частности, в работах названных математиков были установлены важные связи краевых задач для полианалитических функций комплексного переменного с сингулярными интегральными уравнениями и интегральными уравнениями Фредгольма первого и второго рода, а также получены условия нетеровости для некоторых из рассматриваемых краевых задач, были указаны различные приложения полученных результатов в смежных теориях (теории векторно-матричных краевых задач комплексного анализа, теории краевых задач для дифференциальных уравнений, анизотропной теории упругости и др.). Однако до настоящего времени основные краевые задачи типа Римана с интегральными членами в краевых условиях в классах метааналитических функций комплексного переменного оставались неизученными. Поэтому тематика диссертационной работы С.Ю.Курицына является актуальной.

В диссертации исследуются две обобщенные (интегро-дифференциальные) краевые задачи типа задачи Римана в классах кусочно метааналитических функций, причем первая задача (задача $GR_{1,m}$) содержит в краевых условиях граничные значения частных производных первого порядка искомой кусочно метааналитической функции, а вторая задача (задача $GR_{2,m}$) – граничные значения искомой функции и её производных по внутренней и внешней нормали к носителю краевых условий. В литературе по краевым задачам для обобщенных аналитических функций комплексного переменного задачи вида $GR_{1,m}$ и $GR_{2,m}$ часто называют соответственно первой и второй основными краевыми задачами типа задачи Римана для метааналитических функций.

Важно отметить, что в случае, когда в краевых условиях отсутствуют интегральные члены, конструктивные методы решения краевых задач $GR_{1,m}$ и $GR_{2,m}$ были получены ранее в работах К.М.Расулова. Поэтому автор рецензируемой диссертации в основном занимается решением следующих двух проблем:

- 1) разработкой конструктивных алгоритмов решения краевых задач $GR_{1,m}$ и $GR_{2,m}$ в случае, когда в краевых условиях обязательно присутствуют интегральные члены;
- 2) установлением кратин разрешимости исследуемых краевых задач в указанном выше случае.

Так как граничное поведение метааналитических функций в областях, границами которых служат аналитические кривые (например, в круговых областях), может существенно отличаться от граничного поведения этих функций в областях с неаналитическими границами, соискатель вначале краевые задачи $GR_{1,m}$ и $GR_{2,m}$ комплексно-аналитическими методами решает в единичном круге, а затем –

методами интегральных уравнений в произвольных односвязных областях с гладкими границами. Целесообразность предварительного исследования краевых задач $GR_{1,m}$ и $GR_{2,m}$ в круговых областях связана с тем, что метааналитические функции, вообще говоря, не являются инвариантными относительно конформных отображений. Кроме того, применение комплексно-аналитических методов при решении рассматриваемых краевых задач в круговых областях зачастую позволяет существенно ослабить ограничения на коэффициенты краевых условий этих задач за счет аналитичности носителя краевых условий и используемой при этом аналитической теории линейных дифференциальных уравнений.

Таким образом, в случае, когда носителем краевых условий является единичная окружность (аналитическая кривая), соискатель с помощью комплексно-аналитического подхода получил конструктивный алгоритм решения краевой задачи $GR_{1,m}$ в классе кусочно метааналитических функций первого типа при $\lambda \neq 0$. Основным результатом, установленным в этом случае, состоит в том, что решение задачи $GR_{1,m}$ сводится к последовательному решению двух хорошо изученных невырожденных обобщенных краевых задач типа Римана в классе исчезающих на бесконечности кусочно аналитических функций и двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка в классах аналитических в единичном круге функций. При этом построена полная картина разрешимости задачи $GR_{1,m}$ и установлены достаточные условия ее нётеровости. Полученные теоретические результаты проиллюстрированы на конкретном примере.

Кроме того, в случае, когда носителем краевых условий является единичная окружность, в классах кусочно метааналитических функций первого и второго типов получены методы решения краевой задачи $GR_{2,m}$. Автору диссертации удалось установить, что в каждом из рассматриваемых классов функций решение задачи $GR_{2,m}$ сводится к последовательному решению двух невырожденных обобщенных краевых задач типа Римана в классах исчезающих на бесконечности кусочно аналитических функций. Кроме того, построены полные картины разрешимости задачи $GR_{2,m}$ в каждом из рассматриваемых классов функций, а также установлены достаточные условия ее нётеровости. Разработанные комплексно-аналитические методы решения задачи $GR_{2,m}$ продемонстрированы на конкретных примерах.

Наконец, в общем случае, когда носителем краевых условий является произвольная замкнутая гладкая простая кривая, получены конструктивные методы решения краевых задач $GR_{1,m}$ и $GR_{2,m}$ в классах кусочно метааналитических функций первого и второго типов, причем установлены необходимые и достаточные условия, при которых решения рассматриваемых задач $GR_{1,m}$ и $GR_{2,m}$ сводятся к последовательному решению двух хорошо изученных невырожденных (нормального типа) обобщенных краевых задач Римана в классах кусочно аналитических функций комплексного переменного.

Таким образом, в рассматриваемой диссертации получены важные результаты, вносящие существенный вклад в современную теорию линейных краевых задач

комплексного анализа.

Конкретные научные результаты (с указанием их новизны и практической значимости), за которые соискателю может быть присуждена искомая ученая степень

Диссертация Курицына Сергея Юрьевича представляет собой законченную научную работу, отвечающую требованиям Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий, а ее автор заслуживает присуждения искомой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ за следующие новые научно обоснованные результаты, состоящие в:

1) нахождении метода решения первой основной обобщенной краевой задачи типа Римана в классе кусочно метааналитических функций первого типа, а также установлении необходимых и достаточных условий её разрешимости и условия нётеровости в случае, когда носителем краевых условий является единичная окружность;

2) нахождении метода решения второй основной обобщенной краевой задачи типа Римана в классах кусочно метааналитических функций первого и второго типов, а также установлении необходимых и достаточных условий разрешимости и условия нётеровости этой задачи в каждом из рассматриваемых классов функций в случае, когда носителем краевых условий является единичная окружность;

3) нахождении конструктивных методов решения первой и второй основных обобщенных краевых задач типа Римана в классах кусочно метааналитических функций первого и второго типов, а также установлении необходимых и достаточных условий разрешимости этих задач в случае, когда носителем краевых условий является произвольный гладкий контур.

Замечания по диссертации

Диссертация С.Ю.Курицына в целом выполнена на высоком научном уровне. По диссертации имеются следующие замечания.

1. С. 16 диссертации, 6 строка сверху. При $\alpha = 0$ равенство

$$\lim_{\tau \rightarrow \tau_1} (\tau - \tau_1)^\alpha \ln(\tau - \tau_1) = 0$$

перестает быть верным.

2. На с. 23 сказано, что всюду на протяжении главы T^* и L будут соответственно единичным кругом и единичной окружностью. Однако несколько раз на протяжении главы – это пояснение без необходимости дублируется (на с. 24, 49 и др.).

3. С. 77. В 1-м выводе едва ли можно говорить о произвольной аналитической кривой. Лучше было бы здесь сказать так: «произвольная замкнутая аналитическая кривая, функция Шварца которой имеет внутри контура лишь полюсы».

4. На с. 7 автореферата предложение «В разделе 2.1 обосновывается необходимость отдельного рассмотрения исследуемых краевых задач в круговых областях» было бы желательно написать в следующей редакции: «В разделе 2.1, с

учетом общего представления метааналитических функций первого типа через аналитические функции комплексного переменного, обосновывается необходимость отдельного рассмотрения исследуемых краевых задач в круговых областях».

Указанные замечания не затрагивают основные положения работы и не снижают положительной оценки проведенного исследования и его результатов.

Соответствие (несоответствие) научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует

В диссертационной работе С.Ю.Курицын получил важные результаты, разработав конструктивные методы решения двух обобщенных (интегро-дифференциальных) краевых задач типа задачи Римана в классах метааналитических функций как в случае, когда носителем краевых условий является единичная окружность, так и в случае, когда носителем краевых условий служит произвольная гладкая замкнутая кривая. При этом автор продемонстрировал глубокие теоретические знания различных разделов современного комплексного анализа, теории интегральных уравнений и аналитической теории дифференциальных уравнений. Это позволило ему внести определенный вклад в развитие указанных разделов математики. Анализ результатов диссертации и опубликованных работ позволяет сделать вывод о высокой научной квалификации автора, проявленной при решении сложных математических задач.

Все вышесказанное позволяет сделать вывод, что научная квалификация С.Ю.Курицына соответствует ученой степени кандидата физико-математических наук.

Согласно приказу ректора БГУ от 28.08.2024 № 559-ОД отзыв заслушан и утвержден на объединенном заседании кафедры теории функций и кафедры интеллектуальных методов моделирования 02 сентября 2024 г., протокол № 1, на котором соискатель С.Ю.Курицын выступил с научным докладом и дал полные, исчерпывающие ответы на заданные вопросы. На заседании присутствовали 6 докторов наук и 4 кандидата наук.

Результаты открытого голосования: «за» – 10, «против» – 0, «воздержались» – 0.

Председатель научного семинара –
профессор кафедры теории функций,
доктор физико-математических наук, профессор

В.Г.Кротов

Эксперт оппонировавшей организации –
доцент кафедры высшей математики
и математической физики,
кандидат физико-математических наук, доцент

А.И.Шилин

Секретарь научного семинара
доцент кафедры теории функций,
кандидат физико-математических наук, доцент

Т.С.Мардвилко

ПОДПИСАНО УДОСТОВЕРЯЮ
Начальник управления
организационной работы и
документационного обеспечения
И.И. Шилин
Н.б. Черкасская
«02» 09 20 24

